Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că numărul $n=\left(\sqrt{5}-1\right)^2+2\sqrt{5}$ este natural.

5p **2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+4$ intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(2-x^2\right)=\log_2 x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, aceasta să aibă cel mult un element.

5p **5.** Se consideră punctele A, B și C astfel încât $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}$ și $\overrightarrow{BC}=4\vec{i}+6\vec{j}$. Determinați lungimea segmentului $[AC]$.

5p **6.** Se consideră numerele reale a și b astfel încât $a+b=\frac{\pi}{3}$. Arătați că $2\cos b=\cos a+\sqrt{3}\sin a$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se notează cu $D(x,y)$ determinantul matricei $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & y & x \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Calculați $D(-1,2)$.

5p **b)** Determinați numărul real q pentru care matricea $A(2,q)$ are rangul egal cu 2.

5p **c)** Arătați că există cel puțin o pereche (x,y) de numere reale, cu $x\neq y$, pentru care $D(x,y)=D(y,x)$.

2. Se notează cu x_1,x_2,x_3 rădăcinile din $\mathbb{C}$ ale polinomului $f=X^3+X-m$, unde m este un număr real.

5p **a)** Determinați m astfel încât restul împărțirii polinomului $f(X)$ la $X-1$ să fie egal cu 8.

5p **b)** Arătați că numărul $x_1^2+x_2^2+x_3^2$ este întreg, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

5p **c)** În cazul $m=2$ determinați patru numere întregi a,b,c,d, cu $a>0$, astfel încât polinomul $g=aX^3+bX^2+cX+d$ să aibă rădăcinile $\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2},\frac{1}{x_3}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$.

5p **a)** Calculați $f'(0)$.

5p **b)** Arătați că, pentru fiecare număr natural $n\geq 2$, ecuația $f(x)=n$ are exact o soluție în intervalul $(0,+\infty)$.

5p **c)** Fie x_n unica soluție din intervalul $(0,+\infty)$ a ecuației $f(x)=n$, unde n este număr natural, $n\geq 2$. Arătați că $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=+\infty$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\cos x$ și se notează cu S suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=\frac{\pi}{2}$.

5p **a)** Calculați aria suprafeței S.

5p **b)** Calculați volumul corpului obținut prin rotația suprafeței S în jurul axei Ox.

5p **c)** Demonstrați că $\int_0^{2\pi} f^n(kx)\,dx=\int_0^{2\pi} f^n(x)\,dx$, pentru orice numere naturale $n,k\geq 1$.

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN CARAŞ-SEVERIN

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013
Matematică *M_mate-info*

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx+2$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției f să nu intersecteze axa Ox
2. Calculați $5^{\log_5 2}+27^{\log_8 2}$.
3. Rezolvați inecuația $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}<3^{-x}$.
4. Câte numere de patru cifre, nu neapărat distincte, de forma $\overline{abcd}$ unde $b=a+2$ se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1,3,5,7,9\}$?
5. Determinați tangenta unghiului dintre vectorii $\vec{u}(1,1),\vec{v}(1,0)$.
6. Comparați $\sin 8$ cu $\sin 9$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases}2x+3y-z=5\\4x-y+2z=8\\mx+y+z=6\end{cases}$.
   a) Pentru $m=1$, calculați $rang\ A$.
   b) Arătați că există $B\in M_3(\mathbb{R}), B\neq O_3$ cu $rangB<rangA,\forall m\in\mathbb{R}$.
   c) Găsiți $m\in\mathbb{R}$ pentru care sistemul are o infinitate de soluții.
2. Se consideră $M=\left\{X(a,b)=\begin{pmatrix}a & b\\0 & 1\end{pmatrix}\middle| a,b\in\mathbb{Z}\right\}$ și $G=\left\{X(a,b)=\begin{pmatrix}a & b\\0 & 1\end{pmatrix}\middle| a,b\in\mathbb{R}\right\}$.
   a) Arătați că oricare ar fi $A,B\in M$ produsul $A\cdot B\in M$.
   b) Studiați dacă există $A,B\in G\setminus M$ astfel încât $A\cdot B\in M$.
   c) Găsiți toate matricile $X(a,b)\in M$ pentru care $X^{-1}(a,b)\in M$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcțiile $f,g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ definite prin $f(x)=\ln\frac{x}{x+1};g(x)=f'(x)$.
   a) Să se arate că $g(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$.
   b) Să se studieze monotonia funcției g.
   c) Să se arate că există $c_n\in(n;n+1)$ astfel încât $g(c_n)=f(n+1)-f(n)$.
2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{-x^3}$ și $I_n=\int_0^1 x^n f(x)dx, n\geq 3$.
   a) Calculați $\int_0^1 x^2 f(x)dx$.
   b) Arătați că $I_n\leq 1,\forall x\in\mathbb{R}$.
   c) Arătați că $(n+1)I_n=\frac{1}{e}-I_{n+3}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

VARA, 2013

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=3(3-2i)+2(5+3i)$ este real.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$. Calculaţi $f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x)=\log_2(1+x)$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 2200 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=\vec{i}+4\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Determinaţi $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, ştiind că $\frac{3\sin x+\cos x}{\sin x}=4$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul $D(a,b)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ a & a^2 & 1\\ b & b^2 & 1\end{vmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

5p **a)** Arătaţi că $D(2,3)=2$.

5p **b)** Verificaţi dacă $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$, pentru orice numere reale a şi b.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P_n\left(n,n^2\right)$, unde n este un număr natural nenul. Determinaţi numărul natural n, $n\geq 3$, pentru care aria triunghiului $P_1P_2P_n$ este egală cu 1.

2. Se consideră x_1,x_2,x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3-4X^2+3X-m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=4$, arătaţi că $f(4)=8$.

5p **b)** Determinaţi numărul real m pentru care rădăcinile polinomului f verifică relaţia $x_1+x_2=x_3$.

5p **c)** Dacă $x_1^3+x_2^3+x_3^3=7(x_1+x_2+x_3)$, arătaţi că f se divide cu $X-3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\cos x+\frac{x^2}{2}$.

5p **a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n e^x dx$.

5p **a)** Calculaţi I_1.

5p **b)** Arătaţi că $I_{n+1}+(n+1)I_n=e$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Arătaţi că $1\leq(n+1)I_n\leq e$, pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c) SESIUINE SPECIALA, 2013
Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi numărul real x pentru care numerele 1, $2x+2$ şi 7 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie cu axa Ox a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4}=x+2$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare $\overline{ab}$ se pot forma, ştiind că $a,b\in\{2,3,4,5\}$ şi $a\neq b$.

5p **5.** În dreptunghiul $ABCD$, cu $AB=8$ şi $BC=6$, se consideră vectorul $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AD}$, unde $\{O\}=AC\cap BD$. Calculaţi lungimea vectorului $\vec{v}$.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=6$, $BC=10$ şi $\sin C=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 1\\ 1 & a & 1\\ 1 & 1 & a\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det(A(0))$.

5p **b)** Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $5A(a)-(A(a))^2=4I_3$.

5p **c)** Determinaţi inversa matricei $A(2)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-mX^2+3X-1$, unde m este număr real.

5p **a)** Calculaţi $f(2)-f(-2)$.

5p **b)** Determinaţi restul împărţirii lui f la $X+2$, ştiind că restul împărţirii polinomului f la $X-2$ este egal cu 9.

5p **c)** Determinaţi numerele reale m pentru care $x_1^3+x_2^3+x_3^3=3$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}$.

5p **a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-1,1)$.

5p **b)** Verificaţi dacă funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(-1,1)$.

5p **c)** Determinaţi punctele de inflexiune a funcţiei f.

2. Pentru fiecare număr natural n se consideră numărul $I_n=\int_1^2 x^n e^x dx$.

5p **a)** Calculaţi I_0.

5p **b)** Arătaţi că $I_1=e^2$.

5p **c)** Demonstraţi că $I_{n+1}+(n+1)I_n=2^{n+1}e^2-e$, pentru orice număr natural n.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

TOAMNA REZERVA, 2013

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, dacă $a_1=2$ şi $a_3=8$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3 x=\log_3(4-x)$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 4.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ şi $B(4,1)$. Determinaţi coordonatele punctului M ştiind că $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
5p	**6.** Arătaţi că $4\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}2 & 2 & m+1\\ 2 & m+1 & 2\\ m+1 & 2 & 2\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Calculaţi $\det\left(A(-1)\right)$.
5p	**b)** Verificaţi dacă $A(0)\cdot A(1)=5A(1)$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\left(A(m)\right)=0$.
	2. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=xy-2x-2y+6$.
5p	**a)** Verificaţi dacă $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	**b)** Arătaţi că $x\circ2=2\circ x=2$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Calculaţi $1\circ2\circ3\circ\ldots\circ2012\circ2013$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3-1}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x^4+3x^2+2x}{\left(x^2+1\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{f(x)}$.
	2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x}dx$.
5p	**a)** Arătaţi că $I_1=\frac{e-2}{e}$.
5p	**b)** Verificaţi dacă $I_{n+1}=(n+1)I_n-\frac{1}{e}$, pentru orice număr natural nenul n.
5p	**c)** Arătaţi că $0\le I_n\le\frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

VARA REZERVA, 2013

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $n=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+2\sqrt{3}$ este natural.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{6-x^2}=2^x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, suma cifrelor acestuia să fie egală cu 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$ și $B(3,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC=8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 1\\ 1 & -1 & 1\\ x & -1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $A(0)\cdot A(1)$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A(x)\right)=x^2-1$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele întregi x pentru care inversa matricei $A(x)$ are elementele numere întregi.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x\circ y=\sqrt{x^2y^2+x^2+y^2}$.

5p **a)** Calculați $2\circ 3$.

5p **b)** Arătați că $x\circ y=\sqrt{\left(x^2+1\right)\left(y^2+1\right)-1}$, pentru orice x și y numere reale.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+2x+2$.

5p **a)** Calculați $g'(2)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2f(x)-g(x)}{2x^3}=\dfrac{1}{6}$.

5p **c)** Demonstrați că $2f(x)\geq g(x)$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2+\dfrac{1}{x+2}$ și $F:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+2x+\ln(x+2)$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 (x+2)f(x)\,dx$.

5p **b)** Verificați dacă funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Calculați $\int_{-1}^{0} F(x)f(x)\,dx$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

TOAMNA, 2013

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ cu termeni reali, ştiind că $b_1=1$ şi $b_4=27$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}=9^{1-x}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}-5\vec{j}$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $BC=5$ şi $\sin C=\frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ m & 0 & 0\\ m & 0 & m\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det(A(1))$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale m ştiind că $A(m)\cdot A(-m)=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Arătaţi că $\det(A(1)+A(2)+...+A(101))=-51^2\cdot 101^3$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=xy-4x-4y+20$.

5p **a)** Calculaţi $3\circ 4$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\underbrace{x\circ x\circ ...\circ x}_{x\text{ de }2013\text{ ori}}=5$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x+e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-1)e^x}{(x+e^x)^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\geq\frac{e}{e+1}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 xe^{-nx^2}dx$.

5p **a)** Calculaţi I_0.

5p **b)** Arătaţi că $I_{n+1}\leq I_n$, pentru orice număr natural n.

5p **c)** Demonstraţi că $I_n=\frac{1}{2n}\left(1-\frac{1}{e^n}\right)$, pentru orice număr natural nenul n.