Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $a+ib$ este conjugatul numărului complex $z=\frac{1+i}{1-i}$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x-12$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3\left(x^2-4\right)=\log_3(6x-12)$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulţimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 100.
5p	**5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}-5\vec{j}$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$.
5p	**6.** Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, ştiind că $BC=8$, $A=\frac{\pi}{4}$ şi $C=\frac{7\pi}{12}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -x \end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătaţi că $A(x)+A(-x)=2A(0)$, pentru orice număr real x.
5p	**b)** Determinaţi numărul real x pentru care $\det\left(A(x)\right)=0$.
5p	**c)** Arătaţi că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ care verifică relaţia $A(1)\cdot X=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
	2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+mX+1$, unde m este un număr real.
5p	**a)** Calculaţi $f(-1)$.
5p	**b)** Determinaţi numărul real m ştiind că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=-1$, unde x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile complexe ale polinomului f.
5p	**c)** Determinaţi valorile reale ale lui m pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt reale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$.
5p	**a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
	2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 (1-x)^n e^x dx$.
5p	**a)** Calculaţi I_1.
5p	**b)** Arătaţi că $I_{n+1}=(n+1)I_n-1$, pentru orice număr natural nenul n.
5p	**c)** Demonstraţi că $I_n=n!\left(e-1-\frac{1}{1!}-\ldots-\frac{1}{n!}\right)$, pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Simulare pentru elevii clasei a XI-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculaţi $z+\overline{z}$, ştiind că $z=3+4i$ şi $\overline{z}$ este conjugatul numărului complex z.

5p **2.** Determinaţi numărul real pozitiv m pentru care dreapta $x=2$ este axă de simetrie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-\left(m^2-1\right)x+3$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x-1)=2\log_2 x$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale $\overline{abc}$, cu a, b şi c nenule, au suma cifrelor egală cu 5.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC şi punctul D astfel încât $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$. Determinaţi numărul real p pentru care $\overrightarrow{AD}=p\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

5p **6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $AC=6$ şi $\cos B=\frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & y & 2\\ x^2+1 & y^2+1 & 5\end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Calculaţi $D(1,-1)$.

5p **b)** Arătaţi că $D(x,y)=(x-2)(y-2)(y-x)$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $D\left(2^x,4^x\right)=0$.

2. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & x\\ 1 & x & 1\\ x & 1 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculaţi $A(1)-A(-2)$.

5p **b)** Demonstraţi că $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n, $n\neq 1$.

5p **c)** Determinaţi inversa matricei $A(0)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră şirul de numere reale $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n=\frac{n+1}{n^2}$.

5p **a)** Arătaţi că $\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **b)** Demonstraţi că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este mărginit.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(na_n\right)^{\sqrt{n^2+2}}$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a, & x<2\\ 0, & x=2\\ \frac{x-b}{2x+1}, & x>2\end{cases}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **b)** Determinaţi numerele reale a şi b pentru care funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Pentru $b=2$, rezolvaţi în mulţimea $(2,+\infty)$ inecuaţia $\left(7\cdot f(x)-1\right)\left(2^x-16\right)\leq 0$.

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numerele reale a și b, știind că $\frac{1+i}{1-i}=a+ib$ şi $i^2=-1$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie cu axele de coordonate a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^{\frac{x+2}{2}}+3^{x+1}=36$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să nu conţină cifra 6.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$, $B(2,3)$ și $C(0,-2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin C la AB.

5p **6.** Determinați $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\frac{1+\sin x}{\sin x}=\frac{1+\cos x}{\cos x}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 1\\ 1 & a & 1\\ 1 & 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det(A(a))=(a+2)(a-1)^2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Calculaţi inversa matricei $A(-1)$ în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **c)** Determinaţi perechile de numere naturale (a,b) pentru care matricea $A(a)\cdot A(b)$ are suma elementelor egală cu 24.

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3xy-3x-3y+4$. Legea „$*$” este asociativă și are element neutru.

5p **a)** Arătaţi că $x*y=3(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Calculaţi $\frac{1}{1007}*\frac{2}{1007}*\frac{3}{1007}*...*\frac{2014}{1007}$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x care sunt egale cu simetricele lor față de legea „$*$”.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+2}{x-1}$.

5p **a)** Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Calculaţi $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)^{x+3}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{x+1}dx$.

5p **a)** Calculaţi I_1.

5p **b)** Arătați că $I_{n+1}+I_n=\frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Arătați că $\lim_{n\to+\infty}(n+1)I_n=\frac{1}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*

VARA, 2014

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_1 = 6$ și $a_2 = 12$.

5p **2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 4$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3^x - 1)(3^x - 3) = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să conțină cifra 1.

5p **5.** Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB = 2$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Calculați aria triunghiului isoscel ABC știind că $A = \frac{\pi}{2}$ și $AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ a & 2 & 2 \\ a & a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0)) = 8$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.

5p **c)** Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ știind că $A(1)\cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m$, unde m este număr real.

5p **a)** Calculați $f(1)$.

5p **b)** Arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2$.

5p **c)** Determinați numărul real m știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $f(x) \leq \frac{1}{e}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{11}{6}$.

5p **b)** Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{f(x)}\,dx$. Arătați că $I_{n+1} \leq I_n$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Determinați numărul real pozitiv a știind că $\int_0^a \frac{2x+1}{f(x)}\,dx = \ln 3$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$. Calculați z^2.

5p **2.** Arătați că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+6$ **nu** intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x-3)=\log_2(x+1)$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie impar.

5p **5.** În triunghiul ABC punctele M, N și P sunt mijloacele laturilor AB, BC și, respectiv, AC. Arătați că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

5p **6.** Știind că $\operatorname{tg} a=\sqrt{3}$ și $a\in\mathbb{R}$, arătați că $\dfrac{\sin a-\cos a}{\cos a+\sin a}=2-\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&2\\1&2&a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-1$.

5p **b)** Determinați numerele reale m știind că $\det(A(m))=0$.

5p **c)** Determinați numerele reale a astfel încât $A(a)\cdot A(a)-A(a^2)=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&5&-5\\1&-5&5\end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=3x+3y-xy-6$.

5p **a)** Calculați $1*3$.

5p **b)** Arătați că $x*y=3-(x-3)(y-3)$ pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\underbrace{x*x*\ldots*x}_{x\text{ de 2014 ori}}=x$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-4x+5}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(x-3)}{\left(x^2-4x+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_1^e x\ln^n x\,dx$.

5p **a)** Arătați că $I_1=\dfrac{e^2+1}{4}$.

5p **b)** Arătați că $I_{n+1}\le I_n$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Demonstrați că $2I_{n+1}+(n+1)I_n=e^2$ pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_mate-info*

VARA REZERVA, 2014

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi numărul real x ştiind că numerele 2, 4 şi $x+5$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **2.** Arătaţi că parabola asociată funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+4$ este situată deasupra axei Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x^2-1}=2$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 7.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,4)$ şi $B(1,2)$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{OM}$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, calculați $\sin 2x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 2x & 0\\ 0 & 4x+1 & 0\\ 0 & 3x & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det\left(A(0)\right)=1$.

5p **b)** Arătaţi că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+4xy)$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x, $x\neq-\frac{1}{4}$, pentru care matricea $A(x)$ este egală cu inversa ei.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2-4X+2a$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculaţi $f(0)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real a ştiind că $1+i$ este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Pentru $a=3$, arătați că $x_1^3+x_2^3+x_3^3=-31$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2}{x-2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie ale funcției f.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{x^3+1}dx$.

5p **a)** Arătați că $I_2=\frac{1}{3}\ln 2$.

5p **b)** Arătați că $I_{n+3}+I_n=\frac{1}{n+1}$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

TOAMNA, 2014

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați partea reală a numărului complex $z=1+2i+3i^2$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x-5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-x}=3^{2x}$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 0, 1, 2 și 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{AB}=3\vec{i}+2\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC}=(m+1)\vec{i}+4\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numărul real m știind că $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=AC=3$ și $BC=3\sqrt{2}$. Determinați $\cos C$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ x & 1 & 0\\ 2x^2-2x & 4x & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Arătați că $A(x+y)=A(x)\cdot A(y)$ pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x știind că $A(x^2+2)=A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+aX-2$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(2)=2(a-3)$.

5p **b)** Determinați numărul real a știind că polinomul f este divizibil prin X^2-X+1.

5p **c)** Pentru $a=3$, rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(2^x)=0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{xe^x}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(x^2+2x+2)e^x}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că ecuația $f(x)=1$ are cel puțin o soluție în intervalul $(1,2)$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 \dfrac{x^n}{1+x^n}dx$.

5p **a)** Arătați că $I_1=1-\ln 2$.

5p **b)** Arătați că $I_{n+1}\le I_n$ pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Demonstrați că $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=0$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

SESIUNE SPECIALA, 2014

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $3(2+4i)+2(1-6i)=8$.
5p	**2.** Arătați că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$ este tangentă la axa Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x^2+4}=5^{4x}$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 3, 5 și 7.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,2)$, $B(-4,-2)$ și $C(4,2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin A și este perpendiculară pe dreapta BC.
5p	**6.** Arătați că $\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(n)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2^n & 0\\ 0 & 2^n-1 & 1\end{pmatrix}$, unde n este număr natural.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**b)** Determinați numărul natural n știind că $A(n)\cdot A(1)=A(3)$.
5p	**c)** Determinați numerele naturale p și q știind că $A(p)\cdot A(q)=A(pq)$.
	2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2-3X+2$.
5p	**a)** Calculați $f(0)$.
5p	**b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la X^2-4.
5p	**c)** Arătați că $(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+(x_3-x_1)^2=20$ știind că x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile lui f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+e^x$.
5p	**a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că $f(x)\geq 4x+1$ pentru orice număr real x.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3}{x^2+x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 (x^2+x+1)f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.
5p	**b)** Arătați că $\int_0^1 (f(x)-x+1)\,dx=\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$.
5p	**c)** Arătați că $\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{t^4}\cdot\int_0^t f(x)\,dx\right)=\frac{1}{4}$.