Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$. Calculați $(z-1)^2$.

5p **2.** Arătați că $3(x_1+x_2)-4x_1x_2=3$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-5x+3=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-3\cdot 2^x+2=0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=3x+4$ și punctul $A(1,0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d.

5p **6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB=12$ și $C=\frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & a & a+1\\ 2 & a+2 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(a))$.

5p **b)** Determinați numărul natural n, știind că $2A(n^2)-A(n)=A(6)$.

5p **c)** Arătați că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ care verifică relația $A(2015)\cdot X=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX-3$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=2$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că polinomul f este divizibil cu $X+1$.

5p **c)** Arătați că, pentru orice număr real strict pozitiv m, polinomul f are două rădăcini de module egale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+1}{e^x-x}$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty} f(-x)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$.

5p **a)** Calculați $\int_0^2 f^2(x)\,dx$.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n f(x)\,dx$. Arătați că $nI_n=\sqrt{5}-4(n-1)I_{n-2}$ pentru orice număr natural n, $n\geq 3$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi numărul real x pentru care numerele 5, $2x+3$, $2x+7$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Arătaţi că, pentru orice număr real m, graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+(m-1)x-m$ intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2-x}=2x-1$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice relaţia $5^{n-1}>(n+1)!$.

5p **5.** Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că, în reperul cartezian xOy, punctul de intersecţie a dreptelor $x+(2a+1)y-4=0$ şi $3x+by-8=0$ este $M(a,-2)$.

5p **6.** Arătaţi că $\dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\operatorname{tg} x$, pentru orice număr real $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & x & \frac{1}{x}\\ 1 & y & \frac{1}{y}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale nenule.

5p **a)** Arătaţi că $D\left(2,\dfrac{1}{2}\right)=0$.

5p **b)** Arătaţi că $D(x,y)=-\dfrac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$, pentru orice numere reale nenule x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $D(\log_2 x, 2)=0$.

2. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1&2&a\\a&1&2\\2&a&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $2A(1)-A(-1)=A(3)$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)+bI_3=2\big(A(1)-I_3\big)\big(A(1)-I_3\big)$.

5p **c)** Arătaţi că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{x+1}{x}$ şi şirul de numere reale $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n=f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$.

5p **a)** Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **b)** Arătaţi că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este crescător.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)(a_n-\ln n)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a+1, & x\leq 1\\ x^2+a^2x, & x>1\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Determinaţi numerele reale a pentru care funcţia f este continuă în $x=1$.

5p **b)** Pentru $a=2$, calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)+x}\right)$.

5p **c)** Pentru $a=-1$, arătaţi că ecuaţia $f(x)+2^x=0$ are cel puţin o soluţie în intervalul $[-1,0]$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați partea reală a numărului complex $z=\frac{3+2i}{2-3i}$.

5p **2.** Determinaţi numărul real a, știind că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-a$ are graficul tangent axei Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x}+3\cdot 4^x-16=0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, aceasta să aibă un singur element număr par.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(4,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MN.

5p **6.** Arătați că $(\sin x+\sin(\pi-x))^2+(\cos x+\cos(2\pi-x))^2=4$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}0&0&-1\\x&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $A(1)+A(-1)=2A(0)$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x)+I_3)=0$.

5p **c)** Arătați că $\det(aI_3-bA(-1)+cA(-1)\cdot A(-1))\geq 0$, pentru orice numere reale pozitive a, b și c.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă şi cu element neutru $x*y=xy-5x-5y+30$.

5p **a)** Arătați că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere întregi x și y.

5p **b)** Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „$*$” .

5p **c)** Calculați $d_1*d_2*\dots*d_8$, unde $d_1, d_2, \dots, d_8$ sunt divizorii naturali ai lui 2015.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln(x+1)$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}$.

5p **c)** Demonstrați că $\ln(x+1)\leq x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1\frac{f(x)+x^2f(x)}{x^4+1}dx=\frac{\pi}{8}$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_1^x f(t)dt$.

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

TOAMNA, 2015

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_2 = 5$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(3,5)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = a - x$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^{4-x} = 2^{2x+2}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(1,1)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și are panta egală cu 2.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $AC = 12$ și $BC = 13$. Arătați că $\sin C = \frac{5}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
5p	**b)** Arătați că $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale x, știind că $A(x)A(x)A(x) = A(7)$.
	2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X + m$, unde m este număr real.
5p	**a)** Arătați că $f(0) = m$.
5p	**b)** Pentru $m = 1$, arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
5p	**c)** Determinați numărul natural prim m, știind că polinomul f are o rădăcină întreagă.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
5p	**c)** Arătați că derivata funcției f este descrescătoare pe $\mathbb{R}$.
	2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
5p	**a)** Arătați că $\int_1^e \frac{1}{x}dx = 1$.
5p	**b)** Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.
5p	**c)** Determinați numărul natural nenul n, știind că $\int_1^e \frac{1}{x}(f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$.

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

TOAMNA REZERVA, 2015

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$, știind că $a_1=1$ și $a_2=2015$.

5p **2.** Determinați valoarea maximă a funcției $f:[1,4]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2-8x\right)=\log_3 9$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,3)$, $B(6,3)$ și $C(4,0)$. Determinați coordonatele punctului D, știind că $ABCD$ este paralelogram.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC în care $AB=1$, $B=\frac{\pi}{3}$ și $C=\frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&a&a+1\\0&1&a+2\\0&0&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=1$.

5p **b)** Determinați numerele reale a, știind că $A^2(a)-2A(a)+I_3=O_3$, unde $A^2(a)=A(a)A(a)$.

5p **c)** Arătați că $A(2)+A(4)+A(6)+\ldots+A(100)=50A(51)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+2$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=2$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1=x_2+x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $m=8$, arătați că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $e^x(x-3)^2\leq 4e$, pentru orice $x\in(-\infty, 3]$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\int_0^1\left(1-x^3\right)^n dx$.

5p **a)** Arătați că $I_1=\frac{3}{4}$.

5p **b)** Arătați că $I_{n+1}\leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Demonstrați că $I_{n+1}=\frac{3(n+1)}{3n+4}I_n$, pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

VARA, 2015

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\left(\sqrt{5}+1\right)^2+\left(\sqrt{5}-1\right)^2=12$.

5p **2.** Calculaţi produsul $f(1)f(2)f(3)f(4)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2-4x+4\right)=0$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 2, 3 şi 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ şi $B(2,3)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta AB.

5p **6.** Arătaţi că $\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $B(x)=\begin{pmatrix}1&0&x\\0&1&0\\3x&0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det(B(0))=1$.

5p **b)** Arătaţi că $B(x)+B(y)=2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $B\left(x^2+1\right)B(x)=B\left(x^2+x+1\right)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{2}(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Arătaţi că $(-3)\circ 3=3$.

5p **b)** Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n=11$.

5p **c)** Calculaţi $1\circ 2\circ 3\circ\ldots\circ 2015$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=-\frac{3}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(1,+\infty)$.

5p **c)** Determinaţi coordonatele punctului situat pe graficul funcţiei f, în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta de ecuaţie $y=-3x$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^2\frac{1}{x}f(x)dx=e(e-1)$.

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=0$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n f(x)dx$. Arătaţi că $I_n+(n+1)I_{n-1}=e$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c) SESIUNE SPECIALA, 2015
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 + 3i$ și $z_2 = 1 - 3i$. Arătați că numărul $z_1 + z_2$ este real.

5p **2.** Calculați $(f \circ g)(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 3x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x - 64 = 0$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 7.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 4x + 1$ și punctul $A(2,0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d.

5p **6.** Arătați că $\sin(\pi - x)\sin x - \cos(\pi - x)\cos x = 1$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 0 & x \\ 0 & x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A = 0$.

5p **b)** Arătați că $A \cdot B(x) + B(x) \cdot A = 3B(x)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $B(x)\cdot B(x)\cdot B(x) = B\left(x^2 + x - 2\right)$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 2X + m$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0) = m$.

5p **b)** Pentru $m = -1$, demonstrați că $(x_1 + x_2 + x_3)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = 4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Arătați că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{\left(x^2 + x + 1\right)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x)\right)^x$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 2x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x) + 2x\right)dx = e - 1$

5p **b)** Determinaţi primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = e - 3$.

5p **c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, este egal cu $\frac{\pi}{6}\left(3e^2 - 19\right)$.