Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

VARA, 2008

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 050

5p **1.** Să se calculeze $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-x$. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $3^{1-x}=9$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $\log_5(x+2)-\log_5(2x-5)=1$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,-1)$ și este paralelă cu dreapta $y=x$.

5p **6.** Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral care are aria egală cu $\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 088

1. În $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$ și $B=I_3+A$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $A\cdot B$.

5p **b)** Să se calculeze A^2+A^3, unde $A^2=A\cdot A$ și $A^3=A^2\cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ și $A\cdot X=X\cdot A$, atunci există numerele reale a,b,c astfel încât $X=\begin{pmatrix}a&b&c\\0&a&b\\0&0&a\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2+bX+c$, cu $a,b,c\in\mathbb{R}$ având rădăcinile $x_1, x_2, x_3\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real c știind că $f(1)+f(-1)=2a+1$.

5p **b)** Știind că $a=-3,\ b=1,\ c=1$, să se determine rădăcinile reale ale polinomului f.

5p **c)** Să se exprime în funcție de numerele reale a, b, c determinantul $D=\begin{vmatrix}x_1&x_2&x_3\\x_2&x_3&x_1\\x_3&x_1&x_2\end{vmatrix}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 076

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=-\frac{x}{e^x}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine asimptota către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\le 1$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\frac{1}{x^n+4}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int(x+4)^2\cdot f_1(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 x f_2(x)\,dx$.

5p **c)** Să se arate că aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f_{2008}, axa Ox și dreptele $x=0$ și $x=1$ este un număr din intervalul $\left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right]$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

VARA REZERVA, 2008

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 075

5p **1.** Fie funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=3^x+\log_3 x$. Să se calculeze $f(1)$.

5p **2.** Să se demonstreze că șirul cu termenul general $a_n=2n+3$, verifică relația $a_{n+1}-a_n=2$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **3.** Să se determine punctul de intersecție a dreptei de ecuație $2x+y-4=0$ cu axa Ox.

5p **4.** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=x^2-3x+5 \end{cases}$.

5p **5.** Să se determine valoarea maximă a funcției $f:\{-1,0,1,2\}\to\mathbb{R}, f(x)=-2x+1$.

5p **6.** Triunghiul ABC este dreptunghic în C, iar raza cercului circumscris triunghiului este $R=10$. Să se calculeze lungimea laturii AB.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 009

1. Pentru fiecare $a\in\mathbb{R}$, se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ și sistemul $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A(a)$, $a\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care sistemul dat poate fi rezolvat prin metoda Cramer.

5p **c)** Pentru $a=0$, să se rezolve sistemul.

2. Se consideră polinoamele $f=(X+1)^{2008}+(X-1)^{2008}$ și $g=X+1$. Polinomul f are forma algebrică $f=a_{2008}X^{2008}+a_{2007}X^{2007}+\cdots+a_1X+a_0$, cu $a_0,a_1,\cdots,a_{2008}\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine a_0.

5p **b)** Să se calculeze restul împărțirii polinomului f la polinomul g.

5p **c)** Să se calculeze suma coeficienților polinomului f.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 046

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ dată prin $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$.

5p **a)** Să se arate că $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, pentru orice $x\neq 1$.

5p **b)** Să se determine punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că pentru orice $a<1$ și $b>1$ are loc inegalitatea $f(a)-f(b)\le -8$.

2. Se consideră funcția $f:\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int f^2(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^5\sqrt{2x-1}\,dx$.

5p **c)** Știind că $F:\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$ definită prin $F(x)=\dfrac{2x-1}{3}\sqrt{2x-1}$ este o primitivă a lui f, să se arate că $\int_1^5 f(x)\cdot F^{2008}(x)\,dx=\dfrac{3^{6027}-1}{2009\cdot 3^{2009}}$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

TOAMNA, 2008

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 009

5p **1.** Să se calculeze suma $1+5+9+13+\ldots+25$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-mx+2$, $m\in\mathbb{R}^*$. Să se determine numărul real nenul m știind că valoarea minimă a funcției este egală cu 1.

5p **3.** Să se calculeze $\log_2\left(tg45^\circ\right)+\log_2\left(ctg45^\circ\right)$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\ldots,\sqrt{11}\right\}$, acesta să fie irațional.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(2,-3)$ și este paralelă cu dreapta $x+2y+5=0$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC știind că $AB=6$, $AC=10$ și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 097

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\2&a&1\\0&2&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ și $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se scrie sistemul asociat ecuației matriciale $AX=B$.

5p **b)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care $\det(A)=0$.

5p **c)** Dacă $a\in\mathbb{R}\setminus\{2,6\}$ și (x_0,y_0,z_0) este soluția sistemului $\begin{cases}x+2y-z=1\\2x+ay+z=1\\2y+3z=1\end{cases}$, să se demonstreze că $\frac{x_0}{z_0}$ nu depinde de a.

2. Se consideră polinomul $f=(X+1)^{2008}+(X-1)^{2008}$ având forma algebrică $f=a_{2008}X^{2008}+\ldots+a_1X+a_0$, unde $a_0,a_1,\ldots,a_{2008}$ sunt numere reale.

5p **a)** Să se calculeze $f(-1)+f(1)$.

5p **b)** Să se determine suma coeficienților polinomului f.

5p **c)** Să se determine restul împărțirii lui f la X^2-1.