Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați produsul primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=2$ și $a_2=1$.

5p **2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2-2x-m>0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x+\log_2(x-1)=\log_2 12$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr natural de trei cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 3.

5p **5.** Calculați $\vec{a}\cdot\vec{b}$, știind că $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ și unghiul vectorilor $\vec{a}$ și $\vec{b}$ are măsura $\frac{\pi}{3}$.

5p **6.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(0,1)$ și $C(3,1)$. Determinați coordonatele ortocentrului triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru n număr natural se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 2n+1 & n & 1\\ 2n^2+1 & n^2 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați suma elementelor matricei A.

5p **b)** Determinați numerele naturale n pentru care matricea A are determinantul diferit de zero.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(2n+1,n)$, $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$. Determinați valorile numărului natural n, $n\geq 2$ pentru care aria triunghiului $OA_nA_{n^2}$ este egală cu n^2-3.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=x+ay+1$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=1$ calculați $2011\circ 2012$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.

5p **c)** Pentru $a=-1$ rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x\circ 2^x=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{2}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este concavă pe $(0,+\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră funcția $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=(x+n)e^x$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f_1(x)\,dx$.

5p **b)** Arătați că funcția f_{2011} este o primitivă a funcției f_{2012}.

5p **c)** Demonstrați că $\int_0^1 f_n(x)\,dx\geq\frac{9n+5}{6}$, pentru orice număr natural nenul n, folosind eventual inegalitatea $e^x\geq x+1$, adevărată pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT
Martie 2013

SUBIECTUL I (30 de puncte)

Subiectul I:

(5p) 1. Să se afle cel mai mare element al mulţimii $A=\{n\in\mathbf{N} \mid 1-2^n>-3\}$.

(5p) 2. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\alpha x-1, \alpha\in\mathbf{R}$. Să se afle valorile parametrului real α, ştiind că are loc relaţia $f(1+x)+f(1-x)=4, \forall x\in\mathbf{R}$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $2^{x^2+2}=8^x$.

(5p) 4. Să se calculeze $C_4^3-2A_3^1+P_2$.

(5p) 5. Să se calculeze lungimea medianei dusă din vârful B al triunghiului ABC, unde $A(1;0), B(5;1), C(3;6)$.

(5p) 6. Să se calculeze $\sin 135^\circ+\cos\frac{11\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuaţii liniare $\begin{cases} x+y+z=0 \\ \alpha x+y+z=\alpha-1 \\ x+\alpha y+2z=-1 \end{cases}, \alpha\in\mathbf{R}$ şi $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & 2 \end{pmatrix}, \alpha\in\mathbf{R}$.

(5p) a) Să se determine $\alpha\in\mathbf{R}$ pentru care $\det A=0$;

(5p) b) Să se determine inversa matricei A pentru $\alpha=0$;

(5p) c) Să se rezolve sistemul pentru $\alpha=-1$.

2. Pe mulţimea $\mathbf{R}$ se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-3x-3y+12, \forall x,y\in\mathbf{R}$.

(5p) a) Să se arate că legea este asociativă;

(5p) b) Să se arate că legea are element neutru;

(5p) c) Să se calculeze $\left(-\sqrt{2013}\right)*\left(-\sqrt{2012}\right)*\ldots*0*\ldots*\sqrt{2012}*\sqrt{2013}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}, f(x)=x+2012-2013\cdot\sqrt[2013]{x}$

(5p) a) Să se verifice dacă $f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt[2013]{x^{2012}}}, \forall x>0$;

(5p) b) Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$;

(5p) c) Să se arate că $\frac{x+2012}{2013}\geq\sqrt[2013]{x}, \forall x>0$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ \frac{1}{x+1}-\sqrt{x}, & x\geq 0 \end{cases}$.

(5p) a) Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbf{R}$;

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$;

(5p) c) Să se arate că $\int_0^1 x f(x^2)\,dx<1, \forall x\in[0;1]$.

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN CARAŞ-SEVERIN

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013

Matematică *M_ştiințele naturii*

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1. Calculați $\log_4 0,25$.
2. Găsiți punctele de intersecție dintre graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=4x-1$ şi dreapta de ecuație $2x+3y=5$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi următoarea inecuație $\frac{x+2}{4-x}\le -1$.
4. Determinați probabilitatea ca o funcție din cele definite pe $\{1;2\}$ cu valori în $\{1;2;3\}$ să fie strict crescătoare.
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1;4);B(m;1)$. Determinați parametrul m astfel încât panta dreptei AB să fie 4.
6. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(4;0),B(0;2),C(1;1)$. Ştiind că măsura unghiului CAB este de 30°, calculați $\sin B$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Fie sistemul : $\begin{cases}3x+4y+2z=3\\2x+y+3z=-3\\5x+7y+2az=3\end{cases}$ şi matricea $A=\begin{pmatrix}3&4&2\\2&1&3\\5&7&2a\end{pmatrix}$.

   a) Calculați determinantul matricei A.
   b) Aflati valorile parametrului real a, pentru care matricea nu este inversabilă.
   c) Ştiind că $a=3$ aflați x,y,z.

2. Se consideră mulțimea $M=(-2,2)$ şi legea $x*y=\frac{4x+4y}{4+xy},\forall x,y\in\mathbb{R},xy\ne -4$ care este asociativă.

   a) Calculați $(-2)*1$.
   b) Determinați elementul neutru.
   c) Arătați că pentru orice $x,y\in M$ avem că $x*y\in M$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\ln(1+x)-2x$.

   a) Calculați $f'(0)$.
   b) Să se studieze monotonia funcției f.
   c) Să se arate că există $\ln 4(1+2x)^2\le 4x+1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$.

   a) Să se calculeze $\int_{-1}^{0}(x-1)dx$.
   b) Să se calculeze $\int_{-1}^{0}\frac{f(x)}{x-2}dx$.
   c) Să se calculeze aria dintre graficul lui *f*, axa Ox şi dreptele $x=-1,x=3$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $x=2(1+i)-2i$ este real.

5p **2.** Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(5)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+1}=x+1$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 5.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}+\vec{j}$. Calculaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Se consideră $E(x)=\sin x+\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculaţi $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det A$.

5p **b)** Arătaţi că $A^2-6A=I_2$.

5p **c)** Determinaţi inversa matricei $B=A-6I_2$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=\sqrt{x^2+y^2+4}$.

5p **a)** Calculaţi $2*2$.

5p **b)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=\sqrt{12}$.

5p **c)** Arătaţi că numărul $\underbrace{1*1*\cdots*1}_{1\text{ de }8\text{ ori}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Verificaţi dacă $f(x)+f''(x)=2\left(f'(x)+e^x\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x+1}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_0^1 (x+1)f(x)\,dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 x^2 f(x)\,dx+\int_0^1 x^3 f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(x)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $2\left(\sqrt{7}+1\right)-\sqrt{28}$ este natural.

5p **2.** Calculaţi $f(1)+f(2)+...+f(10)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x+1}=16$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulţimea $A=\{1,2,3,...,15\}$, acesta să fie multiplu de 7.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=\vec{i}-\vec{j}$. Calculaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Determinaţi $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ştiind că $\frac{3\sin x-2\cos x}{\cos x}=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & x\\ x & 1 & x\\ x & x & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det\left(A(2)\right)$.

5p **b)** Arătaţi că $A(1)\cdot A(2)=5A(1)$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(A(x)\right)=0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=3$, calculaţi $f(1)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real m ştiind că restul împărţirii polinomului f la $X-2$ este egal cu 2.

5p **c)** Pentru $m=4$, arătaţi că $\left(x_1+x_2+x_3\right)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=1$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.

5p **a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.

5p **c)** Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 x f(x)\,dx=\frac{1}{2}\ln 2$.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1 x f'(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=\frac{1}{f(x)}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că numărul $x=3(1-i)+3i$ este real.

5p **2.** Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+3}=8$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulţimea $A=\{1,2,3,...,20\}$, acesta să fie divizibil cu 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(3,0)$ şi $C(2,5)$. Calculaţi lungimea medianei din B a triunghiului ABC.

5p **6.** Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, ştiind că $BC=4$, $B=\frac{\pi}{6}$ şi $C=\frac{\pi}{3}$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix} x & 1-x \\ 1-x & x \end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $\det(M(2))$.

5p **b)** Verificaţi dacă $M(x)\cdot M(y)=M(2xy-x-y+1)$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinaţi numărul real a astfel încât $M(a)\cdot M(x)=M(a)$, pentru orice număr real x.

2. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=xy+2x+2y+2$.

5p **a)** Calculaţi $0\circ(-2)$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x=6$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx$.

5p **b)** Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=1$ şi $x=4$.

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 6

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $\sqrt{8}-2\left(\sqrt{2}-3\right)$ este natural.

5p **2.** Calculați $(f\circ f)(0)$ pentru funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2+1\right)=\log_2 5$.

5p **4.** După o ieftinire cu 20% prețul unui produs scade cu 200 de lei. Calculați prețul produsului după ieftinire.

5p **5.** Determinați numărul real *a* pentru care vectorii $\vec{u}=(a-1)\vec{i}+4\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}-4\vec{j}$ sunt opuşi.

5p **6.** Calculați lungimea medianei din A în triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x-y+2z=a \\ 2x-y=0 \\ y-z=1 \end{cases}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Determinați numărul real a știind că $(x,y,z)=(1,2,1)$ este soluție a sistemului.

5p **b)** Calculați determinantul matricei sistemului.

5p **c)** Rezolvați sistemul pentru $a=-2$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-X+a$, unde a este număr întreg.

5p **a)** Pentru $a=-2$, calculați $f(2)$.

5p **b)** Arătați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Arătați că, dacă polinomul f are o rădăcină întreagă, atunci a este multiplu de 6.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0,4)$.

2. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^4 (x-1)f(x)\,dx=\ln\frac{5}{3}$.

5p **b)** Calculați $\int_2^3 \left(x^3-1\right)f(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că aria suprafeței delimitate de graficul funcției f, axa Ox şi dreptele de ecuație $x=2$ şi $x=3$, este egală cu $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $a=3(2+5i)-5(1+3i)$ este real.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție cu axa Ox a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+10x+25$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5\left(x^2+x+1\right)=\log_5(x+2)$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10% prețul unui produs este 90 de lei. Calculați prețul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta h de ecuație $y=x-1$ și punctul $A(2,2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin A și este paralelă cu h.

5p **6.** Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=5$, $AC=6$ și $BC=7$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ x & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $A(2)+A(6)=2A(4)$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $\det\left(A(x)\right)=0$.

5p **c)** Determinați inversa matricei $A(2)$.

2. Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3+X^2+mX+m$, unde m este un număr real.

5p **a)** Arătați că f este divizibil cu $X+1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m știind că $|x_1|=|x_2|=|x_3|$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $x\geq\ln x+1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x+1)(x-1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^3\frac{f(x)}{x(x-1)}dx=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Determinați primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f știind că $F(1)=-1$.

5p **c)** Arătați că $\int_2^e\frac{f(x)\ln x}{x^2-1}dx=\frac{e^2}{4}-2\ln 2+1$.