

**Examenul de bacalaureat național 2017**

**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Se consideră numărul complex  $z = 1 - i$ . Arătați că  $z^2 + 2i = 0$ .
- 5p 2. Calculați  $(g \circ f)(0)$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2017$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x - 2017$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x^2-3x} = 3^{x-4}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ , acesta să fie pătrat perfect.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(0,1)$ . Determinați ecuația dreptei  $d$ , care trece prin punctul  $A$  și este perpendiculară pe dreapta de ecuație  $y = x - 10$ .
- 5p 6. Determinați aria triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 6$ ,  $AC = 4$  și  $A = \frac{\pi}{6}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(m) = \begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Calculați  $\det(A(0))$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(1+m) + A(1-m) = 2A(1)$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p c) Demonstrați că matricea  $A(m)$  este inversabilă, pentru orice număr real  $m$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = -3xy + 9x + 9y - 24$ .
- 5p a) Arătați că  $x * y = -3(x-3)(y-3) + 3$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p c) Determinați numărul real  $x$ , pentru care  $(x * x) * x = 12$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3 \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3(x-1)(x^2+x+1)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \geq 1$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+3}$ .
- 5p a) Calculați  $\int_1^2 (x^2+3x+3)f(x) dx$ .
- 5p b) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=0$  și  $x=3$  are aria egală cu  $\ln 7$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\int_{-1}^0 f'(x)f(x) dx = 0$ .

