

**Programa olimpiadei de matematică**  
**clasele V – XII**  
**An școlar 2008 / 2009**

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

**Clasa a V-a**

- **Etapa locală**

**Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică.**

Metoda comparației. Metoda grafică. Metoda falsei ipotezei. Metoda mersului invers. Probleme de mișcare. Probleme de perspectivitate și de numărare. Principiul cutiei (Principiul lui Dirichlet). Metoda reducerii la absurd.

**Numere naturale**

Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Puteri. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte. Sisteme de numerație. Divizibilitatea în  $\mathbf{N}$ .

- **Etapa județeană (municipiul București)/națională**

**Mulțimi.** Operații cu mulțimi. Reuniunea. Intersecția. Diferența a două mulțimi. Produs cartezian.

**Numere raționale pozitive**

Ecuatii în  $\mathbf{Q}$ . Frații zecimale. Operații. Inecuații în  $\mathbf{N}$  și  $\mathbf{Q}$ . Probleme. Periodicitate. Media aritmetică.  
**Elemente de geometrie și unități de măsură.**

## Clasa a VI-a

### • Etapa locală

#### ALGEBRĂ

##### 1. Numere naturale

Proprietățile divizibilității în  $\mathbf{N}$ .

Criteriile de divizibilitate cu: 2; 5; 10;  $2^n$ ;  $5^n$ ; 3; 9; 7; 11; 13. Numere prime și numere compuse. Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.;  $[a; b] \cdot (a; b) = a \cdot b$ . Numere prime între ele.  $a/bc$  și  $(a; b) = 1 \Rightarrow a/c$  (teorema lui Gauss). Dacă  $(a; b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbf{N}$  astfel încât  $(x; y) = 1$  și  $a = xd$ ;  $b = yd$ . Dacă  $[a; b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbf{N}$  astfel încât  $(x; y) = 1$  și  $m = ax$ ;  $m = by$ .

##### 2. Rapoarte și Proporții.

Rapoarte. Proporții. Procente. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Șir de rapoarte egale. Proporționalitate directă. Proporționalitate inversă.

#### GEOMETRIE

1. **Punct. Dreaptă. Semidreaptă. Segment** (conținutul programei școlare).

2. **Unghi** (conținutul programei școlare și, în plus, teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf).

3. **Congruența triunghiurilor** (conținutul programei școlare și cazul L.U.U.)

### • Etapa județeană (municipiul București)/etapa națională

#### ALGEBRĂ

##### 1. Numere întregi

Operații în  $\mathbf{Z}$ . Modulul unui număr întreg. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri.

Proprietăți ale divizibilității în  $\mathbf{Z}$ .

- |   |  |
|---|--|
| 1) $a/a, \forall a \in \mathbf{Z}$  | 2) $a/b$ și $b/c \Rightarrow a/c$  |
| 3) $a/b$ și $b/a \Rightarrow a=b$ sau $a=-b$  | 4) $1/a$ și $-1/a, \forall a \in \mathbf{Z}$                                     |
| 5) $a/1$ sau $a/-1 \Rightarrow  a =1$   | 6) $a/0, \forall a \in \mathbf{Z}$   |
| 7) $0/a \Rightarrow a=0$  | 8) $a/b \Leftrightarrow (-a)/b \Leftrightarrow a/(-b) \Leftrightarrow (-a)/(-b)$ |
| 9) $a/b \Rightarrow a/b \cdot c, \forall c \in \mathbf{Z}$                                | 10) $a/b_1$ și $a/b_2 \Rightarrow a/(b_1 \pm b_2)$                               |
| 11) $a/b_1$ și $a/b_2 \Rightarrow a/(b_1c_1 \pm b_2c_2)$ , unde $c_1, c_2 \in \mathbf{Z}$ | 12) $a/b \Rightarrow a \cdot c/b \cdot c, \forall c \in \mathbf{Z}$              |
| 13) $a \cdot c/b \cdot c, c \neq 0 \Rightarrow a/b$                                       | 14) $a_1/b_1$ și $a_2/b_2 \Rightarrow a_1a_2/b_1b_2$                             |

##### 2. Numere raționale

Operații (inclusiv puterea unui număr rațional cu exponent număr natural). Ecuații și inecuații în  $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$ .

3. **Rapoarte și Proporții.** Probabilități.

#### Geometrie

1. **Perpendicularitate** (conținutul programei școlare).

2. **Paralelism** (conținutul programei școlare și, în plus, teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi).

3. **Proprietăți ale triunghiurilor** (conținutul programei școlare) și următoarele teoreme:

- Într-un triunghi dreptunghic, lungimea catetei care se opune unghiului de  $30^\circ$  este jumătate din lungimea ipotenuzei. Teorema reciprocă.

- Într-un triunghi dreptunghic, lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din lungimea ipotenuzei. Teorema reciprocă.

## Clasa a VII-a Etapa județeană (municipiul București)

### ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor întregi; Mulțimea numerelor raționale; Mulțimea numerelor reale;

2. Modulul unui număr real. Proprietăți: a)  $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$ ; b)  $|x| = \max(-x, x), \forall x \in \mathbf{R}$ ;

c)  $|xy| = |x||y|, \forall x, y \in \mathbf{R}$ ; d)  $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \forall x \in \mathbf{R}, \forall y \in \mathbf{R}^*$ ; e)  $|x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbf{R}$ ;

f)  $|x| \leq a (a > 0), a, x \in \mathbf{R} \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ ; g)  $|x| \geq a (a > 0), a, x \in \mathbf{R} \Leftrightarrow x \geq a \text{ sau } x \leq -a$ ; h)  $\sqrt{x^2} = |x|, \forall x \in \mathbf{R}$ .

3. Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real; Reguli de calcul cu radicali (conținutul programei școlare).

a) Dacă  $a \in \mathbf{N}$  și  $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbf{N}$ ; b) Dacă  $a, b \in \mathbf{N}$  și  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbf{Q}$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbf{N}$  și  $\sqrt{b} \in \mathbf{N}$ ;

c) Dacă  $a$  și  $b$  nu sunt pătrate ale unor numere raționale, atunci  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \notin \mathbf{Q}$ ; d) Dacă  $a, b \in \mathbf{Q}^*$  și  $\alpha, \beta \in \mathbf{Q}^*$  astfel încât, atunci  $\alpha\sqrt{a} + \beta\sqrt{b} \in \mathbf{Q}^*$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$  și  $\sqrt{b} \in \mathbf{Q}$ ; e) Dacă  $a, b \in \mathbf{Q}^*$  astfel încât  $\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ , atunci  $a \pm \sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$  și  $a\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ ; f) Dacă  $a \in \mathbf{Q}^*$  și  $b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ , atunci  $a + b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$  și

$ab \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ ; g)  $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}$ , unde  $a, b, c \in \mathbf{R}^*$  și  $c^2 = a^2 - b$  (formula radicalilor dubli).

4. Calcul algebric; Calcule cu numere reale reprezentate prin litere (conținutul programei școlare);

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}), \forall a, b \in \mathbf{R}$  și  $n \in \mathbf{N}$ ;

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1}), \forall a, b \in \mathbf{R}$  și  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n$  impar;

$(a+b)^n = M_a + b^n$ , unde  $a, b \in \mathbf{Z}$ , și  $n \in \mathbf{N}^*$ ;  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$  (identitatea lui Lagrange)

### GEOMETRIE

1. Patruletere (conținutul programei școlare).

2. Probleme de coliniaritate. Probleme de concurență.

3. Asemănarea triunghiurilor

Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante. Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți. Linia mijlocie în trapez; proprietăți. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă. Teorema lui Menelaos; teorema reciprocă. Teorema lui Ceva; teorema reciprocă.

#### • Etapa națională

### ALGEBRĂ

1. Inegalități. Sume. Probleme de maxim și de minim.

a.  $a^2 + b^2 \geq 2ab, \forall a, b \in \mathbf{R}$ ; b.  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc, \forall a, b, c \in \mathbf{R}$ ; c.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2; \forall a, b \in \mathbf{R}^*$ ;

d.  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}, \forall a_i \in \mathbf{R}_+, i = \overline{1, n}$  și

$\forall n \in \mathbf{N}^*$  (inegalitatea mediilor); f.  $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$ ,

$\forall a_i, b_i \in \mathbf{R}, i = \overline{1, n}$  și  $\forall n \in \mathbf{N}^*$  (inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz).

2. Ecuații. Probleme.

### GEOMETRIE

1. Relații metrice în triunghi. În triunghiul dreptunghic: teorema înălțimii; teorema catetei; teorema lui Pitagora; teoreme reciproce. Rapoarte constante în triunghiul dreptunghic: sin, cos, tg, ctg.

Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}. \text{ Arit. } A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; A_\Delta = \frac{ab \sin C}{2}; A_\Delta = pr; A_\Delta = \frac{abc}{4S};$$

$$A_{\text{patrulat. convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin[\angle(d_1, d_2)]}{2}.$$

## Clasa a VIII-a

- Etapa județeană (municipiul București)

### ALGEBRĂ

#### 1. Numere reale

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Ecuații. Modulul unui număr real. Ecuații. Intervale. Intersecția și reuniunea intervalelor. Raționalizarea numitorului de forma  $a\sqrt{b}$  și  $a \pm \sqrt{b}$ ,  $a, b \in \mathbf{N}$ . Formulele de calcul prescurtat:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; (a+b)(a-b) = a^2 - b^2; (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3; (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații.

### GEOMETRIE

#### 1. Cercul

Definiție. Elemente în cerc. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce; proprietăți. Teorema unghiului înscris în cerc. Cerc înscris, cerc circumscris unui triunghi. Patrulater ortodiagonal. Patrulater inscriptibil. Patrulater circumscriptibil. Condiții de inscriptibilitate, condiții de circumscriptibilitate. Cercul lui Euler. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri. Teorema arcului capabil de un unghi dat. Poligoane regulate. Lungimea cercului și a arcului de cerc. Aria discului și a sectorului de cerc.

#### 2. Inegalități geometrice. Probleme de maxim și de minim.

Inegalitatea triunghiului. Într-un triunghi, la latura mai mare se opune unghiul mai mare, și reciproc. Teorema perpendicularelor și a oblicelor.

#### 3. Construcții simple cu rigla negradată și cu compasul.

#### 4. Probleme elementare de loc geometric.

#### 5. Puncte, drepte, plane. Paralelism.

La conținutul programei școlare se adaugă: teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulater regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.

#### 6. Proiecții ortogonale pe un plan

La conținutul programei școlare se adaugă: perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector.

### Etapa națională

### ALGEBRA

#### 1. Funcții-conținutul programei școlare.

### GEOMETRIE

1. Calcul de arii și volume (prisma, piramida, trunchiul de piramidă)-conținutul programei școlare

Notă:

1. La toate etapele olimpiadei de matematică (locală, județeană, națională), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.
3. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme (fără demonstrație): teorema lui Steiner, teorema lui Ptolemeu, teorema lui Fermat și principiul inducției matematice etc. conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

Direcția Generală Management  
Învățământ Preuniversitar

Președintele Comisiei  
Centrale de Evaluare

Consiliul Național  
pentru Curriculum și  
Evaluare în Învățământul  
Preuniversitar

Director General,  
Liliana Preoteasa  
Inspector general,  
Cristian Alexandrescu

Președinte,  
Radu Nicolae Gologan

Director General,  
Cristian Mirescu  
Consilier,

Florica Banu

## PROGRAMA OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ

An școlar 2008/2009

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

### CLASA a IX-a

- Etapa județeană(municipiul București):

#### ALGEBRĂ

1. Elemente de logică și teoria mulțimilor
2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale
3. Funcții . Lecturi grafice
4. Funcția de gradul întâi
5. Funcția de gradul al doilea

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :*

- Ecuații în numere întregi :  $ax + by = c$  ;  $x^2 + y^2 = z^2$  , ecuația lui Pell.
- Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi
- Algoritmii lui Euclid
- Indicatorul lui Euler
- Congruențe modulo  $n$
- Teoremele : Euler, Fermat, Wilson, Cebîșev, Dirichlet
- Mulțimi . Funcția caracteristică de mulțime.Principiul includerii și excluderii
- Inegalitatea mediilor. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîșev.
- Funcții injective, surjective, bijective.
- Recurențe liniare de ordinul I și II , recurențe omografice.

#### GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE

1. Vectori în plan
2. Coliniaritate, concurență, paralelism- calcul vectorial în geometria plană
3. Elemente de trigonometrie

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :*

- Teoreme de geometrie clasică . Teorema lui Stewart. Teorema lui Van-Aubel. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson, etc.
- Puncte și linii importante
- Teoreme de concurență și coliniaritate
- Relații metrice

- Etapa națională:

#### ALGEBRĂ

Toată materia

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :*

- Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$  sunt numărabile și  $\mathbf{R}$  este nenumărabilă).
- Densitatea în  $\mathbf{R}$  a mulțimilor  $\mathbf{Q}$  și  $\mathbf{R} - \mathbf{Q}$ . Teorema de densitate a lui Kronecker.

#### GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE

Toată materia

Notă

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## CLASA a X-a

În programa de olimpiadă pentru clasa a X-a sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .

- Etapa județeană(municipiul București):

### ALGEBRĂ

1. Mulțimi de numere
2. Funcții și ecuații
3. Metode de numărare

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :

- Convexitate în sensul lui Jensen

### GEOMETRIE

1. Toată materia

- Etapa națională:

### ALGEBRĂ

1. Toată materia
2. Polinoame

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :*

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame
- Rădăcini multiple, polinomul lui Taylor, derivata formală a unui polinom, condiții necesare și suficiente pentru ca o rădăcină să fie multiplă
- Teorema fundamentală a algebrei
- Polinoame de interpolare
- Polinoame ireductibile, numere algebrice, polinom minimal
- Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.

### GEOMETRIE

1. Toată materia
2. Elemente de geometrie în spațiu: Geometria tetraedrului, Poliedre

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :*

- Produs vectorial și produs mixt. Aplicații în geometrie.
- Locuri geometrice clasice. Pol și polară la cerc. Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

### Notă

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## CLASA a XI-a

În programa de olimpiadă pentru clasa a XI-a sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .

- Etapa județeană(municipiul București):

### ALGEBRĂ ȘI GEOMETRIE

1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică (până la rezolvarea sistemelor liniare – exclusiv)

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :*

- Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncti, respectiv transpoziții
- Determinantul de ordin  $n$
- Formula lui Binet-Cauchy
- Regula lui Laplace de dezvoltare a unui determinant
- Teorema Hamilton-Cayley
- Rangul unei matrice din  $M_{n,m}(\mathbb{C})$ .
- Rangul produsului și sumei a două matrice
- Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Mulțimea numerelor reale
2. Șiruri de numere reale
3. Limite de funcții
4. Funcții continue

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :*

- Mulțimi deschise, închise, compacte, densitate în  $\mathbf{R}$ , lema intervalelor închise
- Numărabilitate, numărabilitatea lui  $\mathbf{Q}$ , nenumărabilitatea lui  $\mathbf{R}$
- Puncte limită pentru șiruri.
- Limita superioară și limita inferioară la șiruri.
- Oscilația unei funcții pe o mulțime, discontinuități de prima și a doua speță.
- Continuitate uniformă
- Funcții cu proprietatea valorii intermediare (proprietatea lui Darboux).

- Etapa națională:

### ALGEBRĂ ȘI GEOMETRIE

1. Toată materia

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :*

- Polinom caracteristic, valori proprii
- Sisteme liniare de  $m$  ecuații cu  $n$  necunoscute

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Toată materia

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :*

- Teorema lui Darboux , teorema lui Jarnik referitoare la proprietatea lui Darboux a raportului a două funcții derivate
- Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange
- Dezvoltări în serie

### Notă

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## CLASA a XII-a

În programa de olimpiadă pentru clasa a XII-a sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .

- Etapa județeană(municipiul București):

### **ALGEBRĂ**

#### **1. Elemente de algebră (până la Corpuri - inclusiv)**

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :*

- Mulțimi factor. Legi de compoziție pe mulțimi factor.
- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy.
- Produs direct de structuri.
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc)
- Grupuri finit generate
- Grupul permutărilor, cicluri, descompunerea în produs de cicluri disjuncte
- Subgrupuri clasice (centrul unui grup, centralizatorul unei mulțimi, nucleul și imaginea unui morfism) .
- Transportul de structură
- Elemente nilpotente și elemente idempotente
- Caracteristica unui inel
- Orice corp finit este comutativ
- Orice subgrup finit al grupului unităților unui domeniu de integritate este ciclic
- Corpuri algebric închise, închiderea algebrică , corpul de descompunere al unui polinom

### **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

#### **1. Elemente de analiză matematică (până la Centre de greutate - inclusiv)**

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa județeană :*

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue

- Etapa națională:

### **ALGEBRĂ**

#### **1. Toată materia**

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programă pentru etapa națională :*

- Dependență și independență liniară , sisteme de generatori
- Subspații vectoriale
- Orice spațiu vectorial are bază
- Dimensiunea unui spațiu vectorial (subspațiu vectorial)
- Nucleul și imaginea unei aplicații liniare, relații între dimensiunile lor
- Rangul unei matrice ca dimensiune a imaginii aplicației liniare atașate
- Spațiu vectorial infinit dimensional , teorema de completare la o bază

### **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

#### **1. Toată material**

#### **Notă**

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

**Direcția Generală Management  
Învățământ Preuniversitar**

**Președintele Comisiei  
Centrale de Evaluare**

**Consiliul Național  
pentru Curriculum și  
Evaluare în Învățământul**

**Director General,  
Liliana Preoteasa  
Inspector general,**

**Președinte,  
Radu Nicolae Gologan**

**Director General,  
Cristian Mirescu  
Consilier,**

**Cristian Alexandrescu**

**Florica Banu**