**Problema 1:** Calculați:

a) $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^2 \cdot \left(2^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{9}}$; b) $\left(3^{-1}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(3^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3^5\right)^{\frac{2}{3}}$;

c) $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot \left(5^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{1}{6}}$. d) $\left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3$

**Problema 2:** Calculați:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{2^4}\cdot\sqrt[6]{2^2\cdot 3^3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{16}}$; b) $\dfrac{\sqrt[4]{3^2\cdot 5^3}\cdot\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[12]{5}}$; c) $\dfrac{\sqrt[5]{3^4\cdot 7^2}\cdot\sqrt[10]{63}}{\sqrt{21}}$;

d) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt[3]{4\sqrt{2}}$; b) $\sqrt{2\sqrt{8}}\cdot\sqrt{8\sqrt{2}}$;

e) $\sqrt[3]{5\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}}\cdot\sqrt{5}\cdot 5^{-\frac{1}{12}}$;

**Problema 3:**

a) Aduceți la o formă mai simplă (i) $\sqrt{(25)^{\frac{1}{\log_6 5}}+(49)^{\frac{1}{\log_8 7}}}$

(ii) $log_2\sqrt{2}+log_2\sqrt{2+\sqrt{2}}+log_2\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}-log_2\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

b) Calculați (i) $\log_3 18$ dacă $\log_3 12 = a$

(ii) $\log_{12} 60$ dacă $\log_6 30 = a$ și $\log_{15} 24 = b$

(iii) $\log_{15} 75 = ?$ dacă $a = \log_3 45$

(iv) $\log_{30} 54 = ?$ dacă $a = \log_{15} 100$ și $b = \log_{72} 48$

c) Cercetati daca numarul $\mathrm{N} = \lg 2 \in \mathbb{Q}$

d) $\lg(tg 40^0)\cdot\lg(tg 41^0)\cdot\ldots\lg(tg 50^0) =$

f) Determinați valorile lui x pentru care sunt definiți logaritmii:

(i) $\log_3(4-x)$; (ii) $\log_x\left(x-\frac{1}{2}\right)$; (iii) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{3}}(x+1)\right)$

g) Scrieți sub formă cât mai simplă:

(i) $\log_{\sqrt[5]{2}} 81 - \log_{16}\left(3\sqrt[3]{3}\right)$; (ii) $3^{1-\log_3 10} - 4^{1-\log_4 5}$;





(iii) $\log_2\sqrt{2} + 6\log_4\sqrt[6]{2+\sqrt{2}} + \frac{5}{2}\log_2\sqrt[5]{2-\sqrt{2}}$

***Problema 4:*** a) Determinați numerele complexe z pentru care:

(i) $z^2 = 2i$; (ii) $z + 2|z| = 13 + 4i$; (iii) $4z^2 + 1 = 0$

b) Calculați $\sqrt{-3+4i}$

c) Rezolvați ecuațiile $z^2 - (3+4i)z - 1 + 5i = 0$ și

$(1+i)z^2 + (i-6)z + (2+3i) = 0$

***Problema 5:*** a) Scrieți trigonometric numerele:

(i) $z_1 = -\sqrt{3} + i$ (ii) $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ (iii) $z_3 = -3i$

b) Calculați trigonometric $(z_1)^{300}$; $z_1 \cdot z_3$ respectiv $\frac{z_3}{z_1}$

c) Calculați rădăcinile de ordinul 3 pentru $z_2$

**Problema 5** Fie $z_1 = -5 + 6i;\ z_2 = 3 + 4i;\ z_3 = \alpha + \beta \cdot i$

a) Calculați $z_1 + z_2; z_1 \cdot z_2 \cdot \overline{z_1}; z_2; z_1,$

b) $\alpha = ?$ astfel incat $\overline{z_1} = z_3$ și pentru $\alpha = 0$ si $\beta = 2$ calculați $z_3^{2002}$

respectiv $\mathrm{S} = z_3 + z_3^2 + z_3^3 + \ldots + z_3^{2002}$.

**Problema 6** a).Rezolvați $(1+i)z^2 + (i-6)z + (2+3i) = 0$

b).m=? astfel încât ec. $z^3 + \mathrm{i}z - 1 = 0$ nu are radacini reale.

c)Rezolvați $z^2 - 4|z| + 3 = 0$

d).Determinați $z \in C$ astfel incat $|z| = |1-z| = |z^2|$.

**Problema 8** Rezolvati:

a) $3^{2x+1} = 3^{-x^2}$; b) $1^{2x+1} = 1^{-x^2}$; c) $2^{3x+1} = 5$;

d) $2^{3x+1} = 0$; e) $2^{3x+1} = -2$; f) $4^x + 2^{x+1} = 80$

g) $3\cdot 16^x + 37\cdot 36^x = 28\cdot 9^{2x}$; h) $3^{x-1} + 5^{x-1} = 34$;

i) $\log_{x+1}\left(x^2 - 3x + 1\right) = 1$; j) $\log_2(x+2)^2 = \log_2 64$;

k) $\log_{\frac{1}{3}}\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$; l) $\log_{3x}\frac{3}{x} + \log_3{}^2 x = -3$;

***Problema 9:*** a) Studiați bijectivitatea următoarelor funcții şi în caz afirmativ calculați funcția inversă:

(i) $f:\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{7}{3}\right\}\to\mathbb{R}\setminus\{2\}$; $f(x)=\frac{5-6x}{7-3x}$;

(ii) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+1, x<2\\ 3x-1, x\geq 2\end{cases}$;

**Problema 10** a) Reprezentați geometric graficul funcției

$f,g:\mathbb{R}\to(0;\infty)$, $f(x)=3^x$ respectiv $g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

b) Reprezentați geometric graficul funcției $f,g:(0;\infty)\to\mathbb{R}$,

$f(x)=\log_3 x$ respectiv $g(x)=\log_{\frac{1}{3}} x$

c) Determinați valorile lui x pentru care sunt definiți logaritmii:

(i) $\log_3(4-x)$;

(ii) $\log_x\left(x-\frac{1}{2}\right)$; (iii) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{3}}(x+1)\right)$

d) Scrieți sub formă cât mai simplă:

(i) $\log_{\sqrt[5]{2}} 81-\log_{16}\left(3\sqrt[3]{3}\right)$; (ii) $3^{1-\log_3 10}-4^{1-\log_4 5}$;

(iii) $\log_2\sqrt{2}+6\log_4\sqrt[6]{2+\sqrt{2}}+\frac{5}{2}\log_2\sqrt[5]{2-\sqrt{2}}$

***Problema 11:*** Rezolvați:

a) $(0{,}125)^{x^2-1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$; b) $2^{x+1}+3\cdot 2^x=10$;

c) $2^{2x}+2^x=72$; d) $\left(\sqrt{5}-2\right)^x+\left(\sqrt{5}+2\right)^x=18$;

e) $36\cdot 4^x+4\cdot 9^{x+1}=97\cdot 6^x$; f) $3^x+7^x=10^x$;

g) $10^{15-x^2}<(0{,}1)^{2x}$; h) $(0{,}4)^{\frac{5-6x}{2+3x}}\leq\left(\frac{8}{125}\right)^x$;

i) $5^x+8^x\leq 13$; .





***Problema 12:*** Rezolvați:

a) $\log_5\left(2x^2-x-1\right)=1$ b) $\log_{x-1}\left(x^2+3x-18\right)=2$

c) $\log_{\frac{1}{3}}\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=1$ d) $\log_2{}^2\left(4x^2\right)-\log_2(8x)-2=0$

e) $x+3^x+\log_2 x=12$ f) $\log_2(x+1)<1$

g) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<1$ h) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_2\left(x^2-1\right)}\leq 1$

i) $\frac{\lg^2 x-3\lg x+2}{\ln x+1}>0$ j) $\log_{x-1}(2x-1)<1$

**Problema 13:**

Sa se rezolve :

a) $\sqrt{x-1}=2-x$ b) $\sqrt[3]{1-x^2}=x-1$

c) $\sqrt{x-1}=\sqrt[3]{x^2-1}$ d) $\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x^2}=2x$

e) $\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+1}=5$ f) $\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+1}=1$

g) $\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x-1}=1$