M-am decis să dau doar câte o variantă la fiecare, şi aşa sunt destule.

Vacanţă plăcută!

1. Să se calculeze $(1+i)^{20}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}$. Să se calculeze suma $S=f(f(-10))+f(f(-9))+...+f(f(-1))+f(f(1))+...+f(f(9))+f(f(10))$.

3. Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+1$ este injectivă.

4. Să se calculeze $A_5^3-6C_5^3$.

5. Să se determine $m\in\mathbb{R}$, ştiind că distanța de la punctul $A(m,m+1)$ şi dreapta $d:3x-4y-1=0$ este 1.

6. Să se calculeze $\cos 75°-\cos 15°$.

7. Să se calculeze $\log_2 2008-\log_2 251-3$.

8. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\frac{1}{x^2}$. Să se arate că funcția f este pară.

9. Să se artate că valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-x^4$ este $f(0)$.

10. Să se determine $n\in\mathbb{N}$ astfel încât $3C_n^1+2C_n^2=8$.

11. Se consideră triunghiul ABC şi punctele A', B', C' astfel încât $\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{BA'}$, $\overrightarrow{B'C}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{C'A}=3\overrightarrow{BC'}$. Să se arate că dreptele AA', BB' şi CC' sunt concurente.

12. Să se determine ecuația medianei corespunzătoare laturii BC a triunghiului ABC, ştiind că $A(2,2)$ şi că ecuațiile medianelor duse din B şi C sunt $2x+y-2=0$, respectiv $x-y+2=0$.

13. Să se arate că numărul $\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{2008}$ este real.

14. Să se calculeze $C_{2008}^0\cdot 5^{2008}-C_{2008}^1\cdot 5^{2007}+C_{2008}^2\cdot 5^{2006}\cdot 4^2-...+C_{2008}^{2008}\cdot 4^{2008}$.

15. Se consideră punctul $A(1,2)$ şi dreapta de ecuație $d:4x-2y+5=0$. Să se determine ecuația perpendicularei duse din punctul A pe dreapta d.

16. Să se calculeze $\cos 75°\cdot\cos 15°$.

17. Să se calculeze $|5-12i|-|12+5i|$.

18. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x^4$. Să se calculeze $(f\circ f\circ f\circ f)(1)$.

19. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $2^x+4^x=20$.

4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A=\{0,5,10,...,2005\}$, acesta să fie divitibil cu 25.

20. Se consideră un triunghi ABC, cu lungimile laturilor $AB=c$, $AC=b$ şi un punct D astfel încât $\overrightarrow{AD}=b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}$. Să se arate că semidreapta $[AD$ este bisectoarea unghiului BAC.

21. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, astfel încât $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos\alpha$.

22. Să se rezolve în $\mathbb{C}$ ecuația $z^2 + 3z + 4 = 0$.

23. Se consideră funcția $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2m + 2$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției f nu intersectează axa Ox.

24. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{2-x} - \sqrt[3]{x-2} = 0$.

25. Să se arate că $C_{a+b}^{a} = C_{a+b}^{b}$, $\forall a,b \in \mathbb{N}^*$.

5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(3,3)$, $B(2,4)$ și $C(2m,1-m)$ să fie coliniare.

26. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, astfel încât $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\sin\alpha$.

27. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $A\left(m-1, m^2 - 3m\right)$ să se afle în cadranul

28. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_3\left(\log_4\left(x^2 - 17\right)\right) = 1$.

29. Se consideră dezvoltarea $\left(2\sqrt{x} + \frac{3}{x}\right)^6$, $x > 0$. Să se determine termenul independent de x.

30. Fie punctele $A(4,-2)$, $B(2,4)$ și $C(m,n)$. Să se determine $m,n \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul C să fie centrul cercului circumscris triunghiului AOB.

31. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AB = 5$ și $BC = 13$. Să se calculeze lungimea segmentului (BM), unde M este mijlocul segemntului (AC).

32. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $arctg\sqrt{3} + arctgx = \frac{\pi}{2}$.

33. Să se arate că oricare ar fi n natural, $n \geq 1$, are loc egalitatea $C_{2n}^{n} = 2 \cdot C_{2n-1}^{n}$.

34. Se consideră vectorii $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$. Să se calculeze modulul $\vec{u} + \vec{v}$.

35. Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, astfel încât $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $tg\frac{\alpha}{2}$.

36. Se consideră progresia aritmetică de rație 2 cu $a_3 + a_4 = 8$. Să se determine a_1.

37. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + x$. Să se calculeze $f(-1) + f(-2) + f(-3) + ... + f(-10)$.

38. Să se rezolve ecația $4^x - 2^x = 56$.

39. Fie ABC un triunghi și G centru său de greutate. Se consideră punctul M definit prin $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$. Să se arate că dreptele GM și AC sunt paralele.

40. Fie $ABCD$ un paralologram și P un punct astfel ca $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PD}$. Să se arate că $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right)$.